CH 8 IDENTITE DE BEZOUT

Q.C.M :

1. L'entier 5 est un inverse modulo 6 de 5 en effet $5x5=25=6x4+1\equiv 1(6)$
2. Si p est un entier premier alors $p\wedge p^2=p$
3. L'ensemble des solutions entières de l'équation $11x-5y=1$ est :
   $\{(1+5k\ ;2+11k), k\in\mathbb{Z}\}$
4. L'ensemble des solutions entières de l'équation $13x-17y=0$ est :
   $\{(17k\ ;13k), k\in\mathbb{Z}\}$

VRAI-FAUX :

1. $n \equiv 0\ (143)$ ssi $n\equiv 0(13)$ et $n\equiv 0(11)$ (VRAI)

   Justification :($\Rightarrow$) si $n \equiv 0\ (143)$ alors $n=k.143=k.11.13 \Rightarrow n\equiv 0(13)$
   et $\Rightarrow n\equiv 0(11)$
   ($\Leftarrow$)Si $n\equiv 0(13)$ et $n\equiv 0(11)$ Alors $n\equiv 0(11x13)$ car $11\wedge 13=1$
   Alors $n\equiv 0(143)$

2. $-3a\ \hat{}\ 3b = 3(a\hat{}b)$ (VRAI)
   Justification: $-3a\hat{}3b=3(-a\hat{}b)=3(a\hat{}b)$

$k.a\hat{}k.b=\lvert k\rvert(a\hat{}b)$
$a\wedge b=\lvert a\rvert\wedge\lvert b\rvert$

3. $25x-80y=3$ admet des solutions entières (FAUX)
   Justification: on a $25\hat{}80= 5$ et 5 ne divise pas 3

4. Tout entier admet un inverse modulo 14 (FAUX)
   Justification: 2 n'admet pas un inverse modulo 14

5. Pour tout entier $n \geq 2$; $n-1$ est son propre inverse modulo n (VRAI)
   Justification : $n-1\equiv -1(n) \Rightarrow (n-1)^2\equiv(-1)^2(n)\Rightarrow(n-1).(n-1)\equiv 1(n)$